

Funktionen von Bestandsänderungen

Nachhilfe-Studio Möller

Einleitung

Diese Art von Funktionen drücken die Änderung eines Bestandes wie zum Beispiel

- das Wachstum einer Pflanze
- den Zufluß in oder Abfluß aus einem Wasserbecken

Die Bestände wie die

- Höhe der Pflanze
- Wassermenge oder der Pegelstand im Wasserbecken

werden über das Integral mithilfe der Aufleitungsfunktion berechnet.

1. Aufgabe (Abi 2023 - Analysis 2 (Teilaufgabe 1))¹

Auf einer Autobahn entsteht morgens an einer Baustelle häufig ein Stau, der sich dann wieder vollständig auflöst.

An einem bestimmten Tag entsteht der Stau um 6:00 Uhr und löst sich bis 10:00 Uhr vollständig auf. Für diesen Stau kann mithilfe der in \mathbb{R} definierten Funktion f mit

$$\begin{aligned} f(x) &= x \cdot (8 - 5x) \cdot \left(1 - \frac{x}{4}\right)^2 \\ &= -\frac{5}{16}x^4 + 3x^3 - 9x^2 + 8x \end{aligned}$$

für $0 \leq x \leq 4$ beschrieben werden, wie stark die Staulänge zunimmt bzw. abnimmt. Dabei gibt x die nach 6:00 Uhr vergangene Zeit in Stunden und $f(x)$

die momentane Änderungsrate der Staulänge in Kilometer pro Stunde an.

Die Abbildung 1 zeigt den Graphen von f .

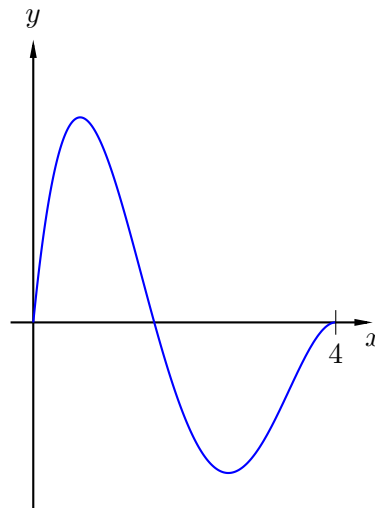
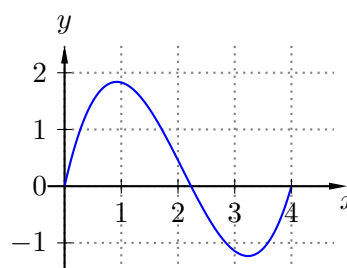


Abbildung 1

- (1) Nennen Sie die Uhrzeiten, zu denen die momentane Änderungsrate der Staulänge den Wert null hat.
- (2) Es gilt $f(2) < 0$.
Geben Sie die Bedeutung dieser Tatsache im Sachzusammenhang an.
- (3) Bestimmen Sie rechnerisch den Zeitpunkt, zu dem die Staulänge am stärksten zunimmt.
- (4) Geben Sie den Zeitpunkt an, zu dem die Staulänge am längsten ist.
Begründen Sie Ihre Angabe.
- (5) Begründen Sie, dass die folgende Aussage richtig ist:
Die Staulänge kann für jeden Zeitpunkt von 6:00 Uhr bis 10:00 Uhr durch die Funktion s mit
$$s(x) = -\frac{1}{16}x^5 + \frac{3}{4}x^4 - 3x^3 + 4x^2$$
angegeben werden.
- (6) Berechnen Sie die Zunahme der Staulänge von 6:00 Uhr bis 8:00 Uhr und bestimmen Sie für diesen Zeitraum die durchschnittliche Änderungsrate der Staulänge.

2. Aufgabe (Abi 2023 - Analysis 2 (Teilaufgabe 2))²

Für einen anderen Tag wird die momentane Änderungsrate der Staulänge für den Zeitraum von 6:00 Uhr bis 10:00 Uhr durch den in der Abbildung 2 gezeigten Graphen dargestellt. Dabei gibt x wieder die nach 6:00 Uhr vergangene Zeit in Stunden und y die momentane Änderungsrate der y Staulänge in Kilometer pro Stunde an.



[Abbildung 2 vergrößern](#)

- (1) Der Stau entsteht erneut um 6:00 Uhr, löst sich aber bis 10:00 Uhr nicht vollständig auf. Begründen Sie anhand von Abbildung 2, dass es einen Zeitpunkt gibt, an dem die Staulänge größer als 2 Kilometer ist.
- (2) Um 7:30 Uhr hat der Stau eine bestimmte Länge. Es gibt einen anderen Zeitpunkt, zu dem der Stau die gleiche Länge hat. Markieren Sie diesen Zeitpunkt in Abbildung 2, begründen Sie Ihre Markierung und veranschaulichen Sie Ihre Begründung in der Abbildung.

Übersicht der Abituraufgaben

¹Lösung zu: Analysis 2, Teilaufgabe 1 (Stau an einem bestimmten Tag), Abitur 2023, Schleswig-Holstein

²Lösung zu: Analysis 2, Teilaufgabe 2 (Stau an einen anderen Tag), Abitur 2023, Schleswig-Holstein