

1. Aufgabe (Abi 2023 - Analysis 2 (Teilaufgabe 3.5))¹

Betrachtet wird die Schar der in \mathbb{R} definierten Funktionen h_k mit

$$h_k(x) = (x - 3)^k + 1 \quad \text{und} \quad k \in \mathbb{N} \setminus \{0\}.$$

- (5) Die erste Ableitungsfunktion von h_k wird mit h'_k bezeichnet. Die Graphen von h_k und h'_k werden in der Abbildung für $k = 4$ beispielhaft für gerade Werte von k gezeigt. Für jeden Wert von k mit $k \geq 4$ werden die Punkte

$$P(4|h_k(4)), \quad Q(4|h'_k(4)),$$

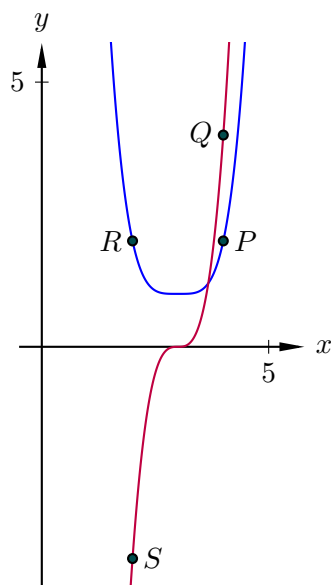
$$R(2|h_k(2)) \quad \text{und} \quad S(2|h'_k(2))$$

betrachtet. Diese Punkte sind jeweils Eckpunkte eines Vierecks.

Begründen Sie, dass jedes dieser

Vierecke ein Trapez ist.

Beweisen Sie, dass jedes dieser Trapeze den Flächeninhalt $2k$ besitzt.



Abbildung

2. Aufgabe (Abi 2023 - Analysis 1 (Teilaufgabe 3))²

Für jede reelle Zahl $m \geq 0$ ist eine Funktion s_m mit

$$s_m(x) = \left(\frac{1}{8}\right)^6 \cdot (x^4 + \frac{8}{3}m \cdot x^3 + 2560x^2) + \frac{125}{256}$$

gegeben.

Untersuchen Sie in Abhängigkeit von m , in wie vielen Punkten der

Graph von s_m den Steigungswinkel null hat.

3. Aufgabe (Abi 2022 - Analysis 2 (Teilaufgabe 4.3))³

- (3) Im Allgemeinen hängen die Weite der Fluges und die Geschwindigkeit v des Buggys an der Stelle $x = 10$, an der dieser den Kontakt zur Fahrbahn verliert, voneinander ab. Die zugehörige Flugbahn wird für $v > 0$ beschrieben mithilfe einer Parabel mit dem Funktionsterm

$$h_v(x) = -\frac{5}{v^2}(x - 10)^2 + 2.$$

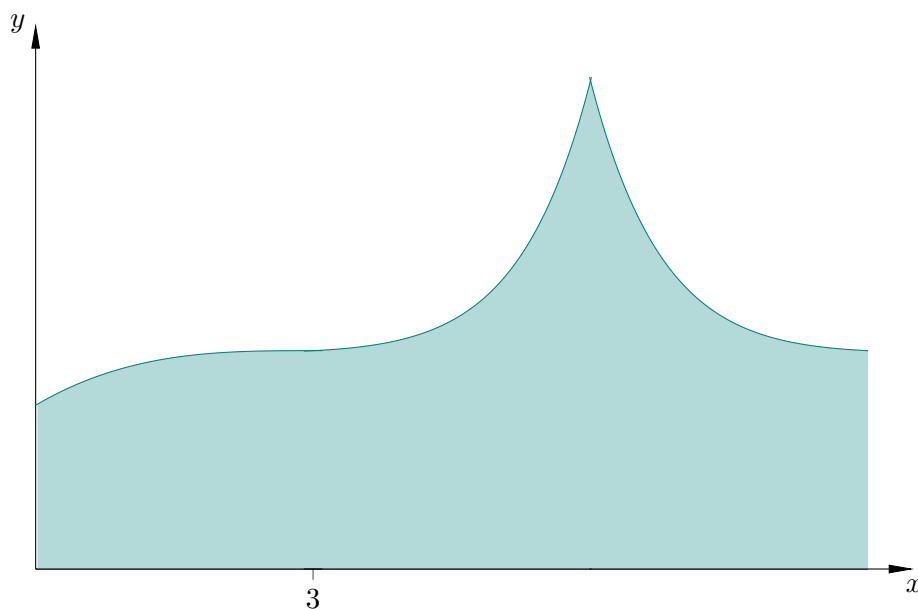
Diese Parabel schneidet den Graphen von g an der Stelle $x = 10 + k$ mit $0 < k < 4$. Zeigen Sie, dass

$$v = -\sqrt{\frac{5k^2}{2 - 2 \cdot e^{0,4k^2}}}$$

gilt.

4. Aufgabe (Abi 2021 - Analysis 1 (Teilaufgabe 3.1, 3.2))⁴

Im Jahr 2019 zerstörte ein Großbrand das Dach der Kathedrale Notre-Dame de Paris. Eine der vielen Ideen für den geplanten Wiederaufbau sieht die Errichtung eines Glasdaches mit einem gläsernen Turm darauf vor.



In einem geeigneten Koordinatensystem wird der Dachfirst mit Hilfe von Funktionsgraphen modelliert. Die Funktionswerte geben die Höhe des Dachfirsts über dem Boden an; Die x -Achse beschreibt das Bodenniveau. Dabei entspricht eine Längeneinheit 10 m in der Wirklichkeit.

Für eine verbesserte Modellierung des Dachfirsts wird anstelle der Funktion g aus Teilaufgabe 2 die Verwendung der Funktionen h_k und ihrer Ableitungsfunktionen h'_k mit

$$h_k(x) = \frac{5}{9}(x-3)^2 \cdot e^{k(x-6)} + 4$$

und

$$h'_k(x) = \frac{5}{9}(x-3)(kx-3k+2) \cdot e^{k(x-6)}$$

mit $k \geq 0$ vorgeschlagen.

- (1) Weisen Sie nach, dass die Funktion g mit

$$g(x) = (x-3)e^{x-5,5} + 4$$

nicht in der Schar der Funktionen h_k enthalten ist.

- (2) Zeigen Sie, dass der Term

$$5k + \frac{10}{3}$$

die Steigung des Graphen von h_k an der Stelle $x = 6$ angibt.

[Übersicht der Abituraufgaben](#)

¹Lösung zu: Analysis 2, Teilaufgabe 3 (Funktionschar, Unteraufgabe 5), Abitur 2023, Schleswig-Holstein

²Lösung zu: Analysis 1, Teilaufgabe 3 (Reelle Zahl m), Abitur 2023, Schleswig-Holstein

³Lösung zu: Analysis 2, Teilaufgabe 4 (Funktion h , Unteraufgabe 3), Abitur 2022, Schleswig-Holstein

⁴Lösung zu: Analysis 1, Teilaufgabe 3 (Funktionschar h_k , Unteraufgaben 1 + 2), Abitur 2021, Schleswig-Holstein